

Análise de tensões, normais e de cisalhamento, e deslocamentos verticais em painéis de madeira lamelada colada cruzada via teorias de placas, métodos numéricos e simplificados

Analysis of normal and shear stresses and vertical displacements in cross-laminated timber panels through plate theories, numerical and simplified methods

Cauê Izelli dos Santos 
José Luiz Miotto 

Resumo

A madeira lamelada colada cruzada (MLCC) é um produto empregado na forma de painéis que apresenta como desafio a consideração conjunta da disposição ortogonal de lamelas com o comportamento ortotrópico da madeira. Para avaliar o comportamento mecânico de painéis de MLCC, em flexão simples, é possível recorrer a teorias de placas, métodos numéricos e simplificados. Dentro desse contexto, este trabalho se propôs a analisar as tensões, normais e de cisalhamento, bem como os deslocamentos verticais em um dado painel de MLCC por meio de três teorias de placas, três métodos simplificados, método dos elementos finitos e um método analítico proposto. Para o estudo, foi considerado um painel de MLCC com cinco camadas de 20 mm de espessura, inicialmente quadrado com lados de 3 m, sendo, posteriormente, realizadas análises paramétricas da razão entre as dimensões em planta. Com as análises estruturais, foi possível a obtenção das tensões, bem como os deslocamentos verticais do referido painel. As análises paramétricas realizadas permitiram averiguar a sensibilidade do painel de MLCC proposto, em termos de tensões e deslocamentos verticais, frente às variações da razão entre as dimensões em planta do painel.

Palavras-chave: Madeira lamelada colada cruzada. Teorias de placas. Métodos analíticos simplificados. Teoria de Rankine-Grasshoff. Método dos Elementos Finitos.

Abstract

Cross-laminated timber (CLT) is a product used in the form of panels that presents as a challenge the simultaneous consideration of the orthogonal arrangement of lamellae with the orthotropic behaviour of wood. In order to evaluate the mechanical behaviour of CLT panels in bending, it is possible to resort to plate theories, numerical and simplified methods. Within this context, this paper proposed to analyse the normal and shear stresses, as well the vertical displacements in a given CLT panel through three plate theories, three simplified methods, Finite Element Method and a proposed analytical method. For the study, a five-layered CLT panel with lamellae thickness of 20 mm, at first, with sides of 3 m. Afterward, parametric variations of the ratio between spans were also stipulated. The structural analysis permitted to obtain the stresses and the vertical displacements for the aforementioned panel. The parametric variations carried out made it possible to verify the sensitivity of the proposed panel in terms of stresses and vertical displacements against variations in the ratio between the panel's plan dimensions.

¹Cauê Izelli dos Santos

¹Universidade Estadual de Maringá
Maringá - PR - Brasil

²José Luiz Miotto

²Universidade Estadual de Maringá

Recebido em 23/10/22
Aceito em 26/07/23

Keywords: Cross-laminated timber. Plate theories. Simplified analytical methods. Rankine-Grasshoff theory. Finite Element Method.

Introdução

A Áustria e a Alemanha, no início dos anos 1990, destacaram-se pelo desenvolvimento de um novo produto, a madeira lamelada colada cruzada (MLCC), o qual é também comumente denominado, em inglês, por *cross laminated timber* (CLT). A MLCC é um produto que, sob a forma de painéis, pode ser empregado como placas ou chapas em diversas aplicações na Construção Civil. Nos últimos anos, a MLCC começou a ter o seu emprego cada vez mais difundido, especialmente em países da Europa e da América do Norte, por razão das inúmeras vantagens que lhe são inerentes, tais como: eficiência energética na produção, alto grau de pré-fabricação, baixo peso próprio, bom desempenho termoacústico, além de um bom desempenho em condições de incêndio (Karacabeyli; Gagnon, 2019).

Assim como qualquer material empregado em finalidades estruturais, os painéis de MLCC devem atender a determinados requisitos de dimensionamento e de utilização, ou seja, devem satisfazer os Estados Limites Último e de Serviço. A verificação desses estados necessita, *a priori*, do levantamento das tensões normais e de cisalhamento, além dos deslocamentos, por intermédio da análise estrutural.

Atualmente, para painéis de MLCC utilizados como placas, a norma EN 1995-1-1 (ECS, 2004) prescreve o Método Gama, também referido por *Mechanically Jointed Beams Theory*, cuja ideia central é a determinação de rigidezes efetivas à flexão e ao cisalhamento para esses painéis. Esse método também é especificado em outras literaturas técnicas internacionais, como o *Canadian CLT Handbook* de Karacabeyli e Gagnon (2019), juntamente a outros métodos, como: o Método de Analogia de Cisalhamento (*Shear Analogy Method*), o Método κ (*Composite Theory*) e a teoria de viga de Timoshenko.

Todavia, os métodos supracitados analisam o problema de painéis de MLCC sob a forma unidimensional, enquanto que a avaliação das tensões nesses painéis também pode ser feita mediante o uso das teorias de placas, isto é, de análises bidimensionais cujos fundamentos residem na Teoria da Elasticidade. Como pode ser visto em Mendes, Benincá e Morsch (2017), outra opção bastante recorrida atualmente consiste no emprego do Método dos Elementos Finitos, o qual se encontra implementado em diversos programas computacionais e que serve a análises estruturais diversas. Dentre esses programas, pode-se elencar: Abaqus, Ansys, NX Nastran e ADINA, sendo este último empregado no presente trabalho para realizar as análises supracitadas.

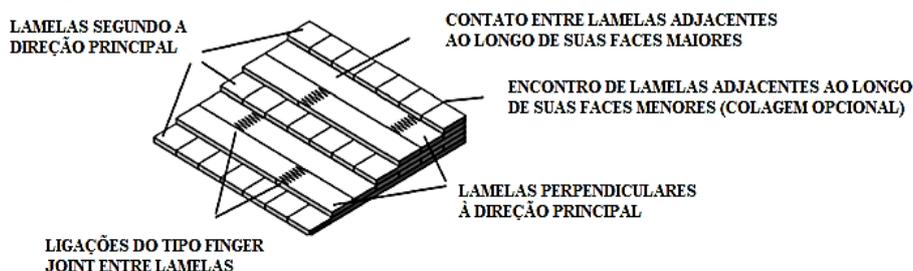
Dentro do contexto exposto, o presente trabalho tem por objetivo avaliar o comportamento estrutural, em termos de deslocamentos verticais, tensões normais e tensões de cisalhamento, de um painel de MLCC – com variações paramétricas da razão entre lados – por meio de três teorias de placas, três métodos analíticos unidimensionais, Método dos Elementos Finitos – via *software* ADINA – e um novo método analítico proposto.

Referencial teórico

Os painéis de MLCC são constituídos por camadas de lamelas de madeira justapostas, as quais são dispostas umas sobre as outras, de forma cruzada, geralmente com ângulo de 90°, sendo mantidas unidas por meio de adesivo aplicado ao longo de suas faces maiores e, por vezes, também ao longo das suas faces menores (Karacabeyli; Gagnon, 2019). A Figura 1 ilustra um painel genérico de MLCC, destacando todos os seus elementos constituintes.

A seguir, encontram-se descritos os principais métodos que podem ser empregados para conduzir análises estruturais de painéis de MLCC, em flexão simples, e que foram empregados neste trabalho.

Figura 1 - Disposição das lamelas de madeira em um painel de MLCC



Fonte: adaptado de Christovasilis *et al.* (2016).

Teorias de placas

Em Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1959), observa-se que as teorias de placas são teorias oriundas da Teoria da Elasticidade e que são desenvolvidas de maneira a envolver quatro tipos de equações, juntamente à definição das condições de contorno, sendo elas: equações de deformação-deslocamento, equações de compatibilidade de deformações, equações diferenciais de equilíbrio e relações constitutivas do material. Essas equações podem ser consultadas em Timoshenko e Goodier (1951) ou em Villaça e Garcia (1998).

De forma geral, as soluções para as teorias de placas podem ser obtidas por meio da aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais e de expansões em séries de Fourier dos deslocamentos verticais e das rotações das placas. Deduções para as distintas teorias de placas abordadas neste trabalho podem ser consultadas em Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1959) e Reddy (2004, 2007).

Teoria Clássica de Placas (Classical Plate Theory - CPT)

De acordo com Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1959), a Teoria Clássica de Placas baseia-se nas subsequentes hipóteses simplificadoras:

- (a) não ocorre deformação no plano médio das placas, ou seja, este plano permanece neutro durante a flexão;
- (b) uma reta normal ao plano médio da placa permanece normal a este plano após a flexão da placa; e
- (c) as tensões normais na direção transversal ao plano médio da placa podem ser desprezadas.

Como consequência das hipóteses anteriores, o campo de deslocamentos para a Teoria Clássica de Placas fica dado pelas Equações 1 a 3:

$$w(x,y) = w_0(x,y) \quad \text{Eq. 1}$$

$$u(x,y,z) = u_0(x,y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad \text{Eq. 2}$$

$$v(x,y,z) = v_0(x,y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad \text{Eq. 3}$$

Em que: u_0 , v_0 e w_0 são as componentes de deslocamento, segundo as direções x , y e z , de um ponto contido no plano médio da placa, o qual é tomado como referência e que pertence ao plano x - y . Já $\partial w_0/\partial x$ e $\partial w_0/\partial y$ correspondem às rotações do referido plano médio em torno dos eixos y e x , respectivamente.

A grande limitação da Teoria Clássica de Placas, a qual não se encontra presente nas demais teorias de placas a seguir apresentadas, reside na consideração de deformações de cisalhamento transversais nulas. Essa consideração está associada a tomada de rigidezes ao cisalhamento infinitamente grandes nas direções transversais do painel de MLCC. Como principal consequência da aludida simplificação está a impossibilidade de determinação das tensões de cisalhamento transversais, por meio da Lei de Hooke, sendo essas tensões tão somente possíveis de serem computadas por meio das equações de equilíbrio da Teoria da Elasticidade.

Teoria de Deformações de Cisalhamento de Primeira Ordem (First Order Shear Deformation Theory - FSDT)

A Teoria de Deformação de Cisalhamento de Primeira Ordem pode ser entendida como uma expansão do campo de deslocamentos da Teoria Clássica de Placas por meio da consideração de deformações de cisalhamento constantes ao longo da espessura da placa, de maneira que as retas normais ao plano médio da placa não necessitam de permanecer normais após a sua deformação (Reddy, 2007). Neste caso, Reddy (2007) define o campo de deslocamentos pelas Equações 4 a 6:

$$w(x,y) = w_0(x,y) \quad \text{Eq. 4}$$

$$u(x,y,z) = u_0(x,y) + z \varphi_x(x,y) \quad \text{Eq. 5}$$

$$v(x,y,z) = v_0(x,y) + z \varphi_y(x,y) \quad \text{Eq. 6}$$

As incógnitas φ_x e φ_y são as rotações das retas normais transversais ao plano médio da placa em torno dos eixos y e x , respectivamente.

Teoria de Deformações de Cisalhamento de Terceira Ordem (Third Order Shear Deformation Theory - TSDT)

As Teorias de Deformação de Cisalhamento de Segunda Ordem e de Ordem Superior são aquelas que expandem o campo de deslocamentos da Teoria Clássica de Placas fazendo-se uso de polinômios de grau superior a 1, mas que muitas vezes introduzem termos cujo significado físico é de difícil explanação (Reddy, 2004).

Dentre as teorias mencionadas no parágrafo precedente, será aqui abordada a denominada Teoria de Deformação de Cisalhamento de Terceira Ordem. Essa teoria, conforme Reddy (2004), possibilita a obtenção de variações quadráticas para as deformações e tensões de cisalhamento transversais por meio das relações constitutivas, além de sua ausência nas regiões de topo e de base das placas.

Para uma placa de espessura h , Reddy (2007) define o campo de deslocamentos da Teoria de Deformação de Cisalhamento de Terceira Ordem por meio das Equações 7 a 9:

$$w(x,y) = w_0(x,y) \quad \text{Eq. 7}$$

$$u(x,y,z) = u_0(x,y) + z \varphi_x(x,y) + z^3 \left(-\frac{4}{3h^2} \right) \left(\varphi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) \quad \text{Eq. 8}$$

$$v(x,y,z) = v_0(x,y) + z \varphi_y(x,y) + z^3 \left(-\frac{4}{3h^2} \right) \left(\varphi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) \quad \text{Eq. 9}$$

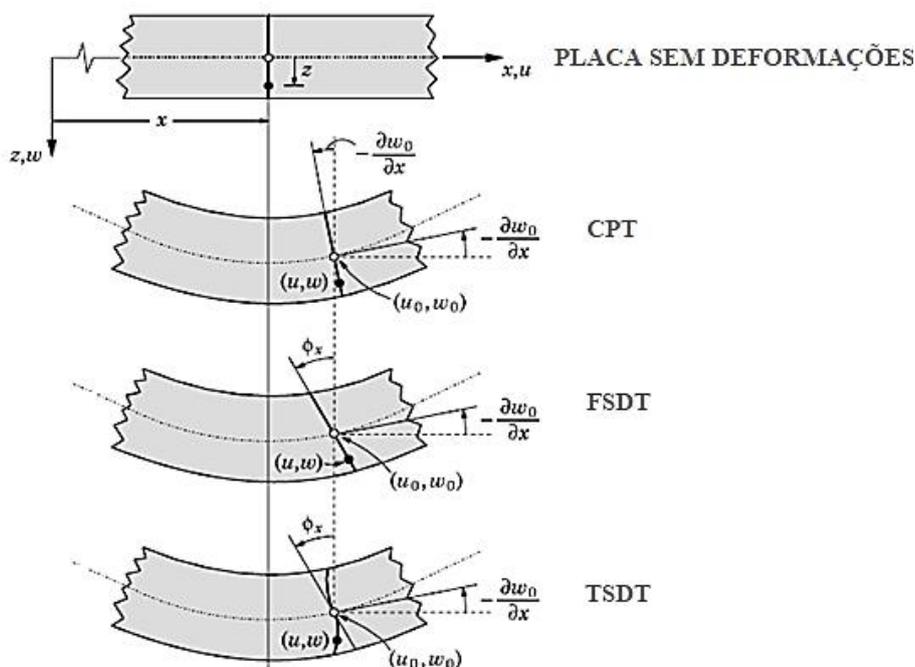
Os campos de deslocamentos para as três teorias de placas apresentadas podem ser sintetizados, de forma ilustrativa, tal como consta na Figura 2.

Métodos analíticos unidimensionais

Além das teorias de placas, há ainda, para a análise dos painéis de MLCC em flexão simples, a possibilidade de emprego de métodos analíticos de abordagem mais simples e prática, isto é, métodos que fazem uso da teoria de vigas retas, reduzindo um problema tridimensional a um problema unidimensional.

Nesta subseção, são apresentados os métodos analíticos unidimensionais mais empregados para o cálculo das tensões, normais e de cisalhamento, e dos deslocamentos verticais em painéis de MLCC, sendo eles: Método Gama, Método κ e Método de Analogia ao Cisalhamento.

Figura 2 - Campos de deslocamentos das teorias de placas



Fonte: adaptado de Reddy (2007).

Método Gama (Mechanically Jointed Beams Theory)

O Anexo B da norma EN 1995-1-1 (ECS, 2004) apresenta, para o dimensionamento de vigas formadas pela união de peças de madeira por intermédio de conectores mecânicos, o denominado Método Gama. Entretanto, Karacabeyli e Gagnon (2019) chamam atenção para o fato de o Método Gama ter sido originalmente desenvolvido para aplicações em vigas com conectores mecânicos, necessitando assim de algumas adaptações que permitam-no ser empregado na análise estrutural de painéis de MLCC, haja vista que, nesses painéis, a união entre as partes individuais (lamelas) é usualmente realizada mediante a aplicação de adesivo estrutural. Dentre as referidas adaptações, estão:

- as camadas dos painéis de MLCC orientadas no sentido longitudinal são as únicas que têm a função de resistir ao carregamento atuante e comportam-se como “vigas”; e
- as “vigas” dos painéis são unidas por meio de conectores mecânicos virtuais, cuja rigidez é considerada igual ao módulo de elasticidade transversal *rolling shear* G_R (ou G_{23}) das camadas orientadas no sentido transversal. O módulo de elasticidade transversal *rolling shear* G_R pode ser estimado como sendo igual a um décimo do módulo de elasticidade transversal G_0 (ou G_{12}) ou ser obtido com o fabricante do painel.

O cerne do Método Gama está em fazer a determinação de uma rigidez à flexão efetiva, a qual, segundo a norma EN 1995-1-1 (ECS, 2004), é dada pela Equação 10:

$$(EI)_{ef} = \sum_{i=1}^n (E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2) \quad \text{Eq. 10}$$

Em que:

E_i : Módulo de elasticidade longitudinal da i -ésima camada de lamela de madeira;

I_i : Momento de inércia da seção transversal da i -ésima camada de lamela de madeira;

A_i : Área da seção transversal da i -ésima camada de lamela de madeira;

a_i : Distância entre o centroide da i -ésima camada e a linha neutra da peça como um todo; e

γ_i : Fator de eficiência da conexão na i -ésima camada de lamela de madeira, dado pela Equação 11;

$$\gamma_i = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_i A_i h_i}{a^2 G_R b_x}} \quad \text{Eq. 11}$$

a : Vão do painel de MLCC segundo a menor dimensão;

h_i : Espessura da i -ésima camada de lamela de madeira;

b_x : Largura da i -ésima camada de lamela de madeira na direção do menor vão (considerada igual a 1 m); e

$G_R = G_{23}$: Módulo de elasticidade transversal *rolling shear*.

De posse da rigidez à flexão efetiva, a norma EN 1995-1-1 (ECS, 2004) prescreve o cálculo do deslocamento vertical por meio da teoria de vigas retas e o cálculo das tensões normal (na i -ésima camada) e de cisalhamento pelas Equações 12 e 13, respectivamente.

$$(\sigma_{xx})_i = \frac{\gamma_i E_i a_i M_{xx}}{(EI)_{ef}} + \frac{0,5 E_i h_i M_{xx}}{(EI)_{ef}} \quad \text{Eq. 12}$$

$$\tau = \frac{V_{xz} (EQ)}{(EI)_{ef} b_x} \quad \text{Eq. 13}$$

Em que:

M_{xx} : Máximo momento fletor cálculo na direção do menor vão (Figura 6);

V_{xz} : Máximo esforço cortante atuante em uma face do painel de MLCC contida no plano coordenado x - z (Figura 7). Esse esforço cortante é obtido tomando-se uma faixa de largura unitária segundo a direção do menor vão do painel de MLCC (Figura 6); e

Q : Momento estático da área da seção transversal do painel de MLCC contida no plano coordenado x - z (Figura 7).

Método κ (Composite Theory)

O Método κ é um método oriundo da teoria dos materiais compósitos e que considera, no dimensionamento dos painéis de MLCC, os parâmetros de resistência e de rigidez das lamelas de madeira por meio de um fator

de composição k_i . Mais precisamente, este fator de composição k_i – ilustrado no Quadro 1 - é calculado em função do carregamento atuante no painel de MLCC e da orientação das suas lamelas de madeira (Amorim; Mantilla; Carrasco, 2017).

No Quadro 1, encontra-se ilustrado um painel de MLCC com 5 camadas e, portanto, verifica-se $m = 5$. Dessa forma, $a_m = a_5$, $a_{m-2} = a_3$ e $a_{m-4} = a_1$ representam a espessura total do painel, a soma das espessuras das três camadas ao centro do painel e a espessura da camada central, respectivamente.

De acordo com Blass e Fellmoser (2004), uma vez calculado o fator de composição k_i , pode-se determinar a rigidez à flexão efetiva e a tensão normal máxima para painéis de MLCC utilizados como placas e sujeitos a um carregamento transversal por meio das Equações 14 e 15, respectivamente.

$$(EI)_{ef} = E_0 \frac{b_x a_m^3}{12} k_{1(2)} \quad \text{Eq. 14}$$

$$(\sigma_{xx})_{m\acute{a}x} = \frac{M_{xx}}{(EI)_{ef}} E_0 \frac{a_m}{2} \quad \text{Eq. 15}$$

Em relação ao cômputo dos deslocamentos verticais, deve-se proceder da mesma forma mencionada para o Método Gama, isto é, lançar mão das expressões de flechas obtidas com a teoria de vigas retas.

Método de Analogia ao Cisalhamento (Shear Analogy Method)

O Método de Analogia ao Cisalhamento é baseado na associação de duas vigas virtuais, por meio de elementos de rigidez axial infinita, de modo que as vigas virtuais tenham deslocamentos verticais iguais ao longo de seus comprimentos (Christovasilis *et al.*, 2016). Além disso, no Método de Analogia ao Cisalhamento, as deformações por cisalhamento das lamelas longitudinais não são desprezadas e, para isso, assume-se que as características do painel de MLCC sejam separadas nas duas vigas virtuais, com uma viga A apresentando a rigidez à flexão das lamelas individuais e a viga B possuindo a “parcela de Steiner” da rigidez à flexão, bem como a rigidez ao cisalhamento (Karacabeyli; Gagnon, 2019).

A Figura 3 apresenta um esboço da associação das vigas virtuais A e B, bem como a indicação dos parâmetros a serem considerados para cada uma delas.

Karacabeyli e Douglas (2013) afirmam que a rigidez à flexão das vigas virtuais A e B, bem como a rigidez ao cisalhamento da viga virtual B são dadas pelas Equações 16 a 18:

$$B_A = (EI)_A = \sum_{i=1}^n E_i I_i = \sum_{i=1}^n E_i b_x \frac{h_i^3}{12} \quad \text{Eq. 16}$$

$$B_B = (EI)_B = \sum_{i=1}^n E_i A_i z_i^2 \quad \text{Eq. 17}$$

$$S_B = (GA)_B = \frac{\left(h - \frac{h_1}{2} - \frac{h_n}{2}\right)^2}{\frac{h_1}{2 G_1 b_x} + \sum_{i=2}^{n-1} \left(\frac{h_i}{G_i b_x}\right) + \frac{h_n}{2 G_n b_x}} \quad \text{Eq. 18}$$

Em que:

$B_A = (EI)_A$ – Rigidez à flexão da viga virtual A;

$B_B = (EI)_B$ – Rigidez à flexão da viga virtual B;

$S_B = (GA)_B$ – Rigidez ao cisalhamento da viga virtual B;

h_i – Altura de cada camada individual i do painel de MLCC;

h_n – Altura da n -ésima camada do painel de MLCC; e

z_i – Distância do centroide de cada camada individual ao eixo neutro do painel.

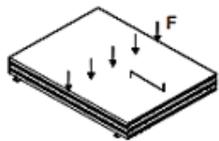
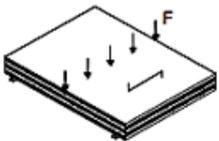
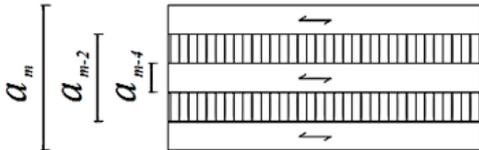
Após a obtenção das rigidezes anteriores, é necessário, por meio de uma igualdade das flechas das vigas virtuais, determinar a parcela de carregamento que cada uma delas absorve, bem como o esforço cortante e o momento fletor gerados por tais parcelas de carregamento.

De posse das rigidezes e dos esforços solicitantes, determinam-se as tensões normais e de cisalhamento nos painéis de MLCC. Os Quadros 2 e 3 reúnem as expressões dadas em Karacabeyli e Gagnon (2019) para a determinação das tensões normais e de cisalhamento em cada uma das vigas virtuais da Figura 3.

Por fim, o cálculo do deslocamento vertical dos painéis de MLCC, quando da aplicação do Método de Analogia ao Cisalhamento, também pode ser feito pela teoria de vigas retas, porém, neste caso, há de se computar a parcela referente ao cisalhamento, atribuindo-se ao fator de forma no cisalhamento o valor de 1,0,

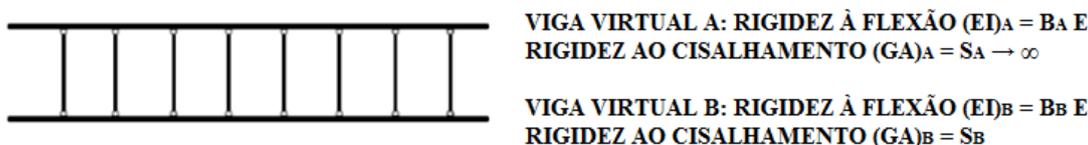
conforme Karacabeyli e Gagnon (2019). Stürzenbecher, Hoffstetter e Eberhardsteiner (2010) afirmam, em complemento, que o referido fator de forma pode ser tomado igual a 2/3, $\pi^2/12$, 5/6 ou 1,0, sem qualquer outro estudo adicional.

Quadro 1 - Fatores de composição para painéis de MLCC em flexão simples

Painéis	k_i
	$k_1 = 1 - \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot \frac{a_{m-2}^3 - a_{m-4}^3 + \dots \mp a_1^3}{a_m^3}$
	$k_2 = \frac{E_{90}}{E_0} + \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot \frac{a_{m-2}^3 - a_{m-4}^3 + \dots \mp a_1^3}{a_m^3}$
	

Fonte: adaptado de Blass e Fellmoser (2004).

Figura 3 - Associação das vigas virtuais do Método de Analogia ao Cisalhamento



Fonte: adaptado de Karacabeyli e Gagnon (2019).

Quadro 2 - Esforços solicitantes e tensões para a viga virtual A

Esforço solicitantes ou tensão na viga virtual A	Expressão
Momento fletor em cada lamela de madeira	$M_{A,i} = \frac{E_i I_i}{B_A} M_A$
Esforço cortante em cada lamela de madeira	$V_{A,i} = \frac{E_i I_i}{B_A} V_A$
Tensão normal em cada lamela de madeira	$\sigma_{A,i} = \pm \frac{M_{A,i}}{I_i} \frac{h_i}{2}$
Tensão de cisalhamento em cada lamela de madeira	$\tau_{A,i} = \frac{E_i I_i}{B_A} 1,5 \frac{V_A}{b h_i}$
Em que: M_A e V_A correspondem ao momento fletor e ao esforço cortante na viga virtual A	

Fonte: adaptado de Karacabeyli e Gagnon (2019).

Quadro 3 - Esforços solicitantes e tensões para a viga virtual B

Esforço solicitantes ou tensão na viga virtual B	Expressão
Tensão normal em cada lamela de madeira	$\sigma_{B,i} = \frac{E_i z_i}{B_B} M_B$
Tensão de cisalhamento na interface entre lamelas de madeira	$\tau_{B,i+1} = \frac{V_B}{B_B} \sum_{j=i+1}^n E_j A_j z_j$
Em que: M_B e V_B correspondem ao momento fletor e ao esforço cortante na viga virtual B	

Fonte: adaptado de Karacabeyli e Gagnon (2019).

Materiais e método

Para que o objetivo do presente trabalho fosse alcançado, estabeleceu-se o seguinte procedimento metodológico:

- (a) definição do painel de MLCC utilizado como referência para análises paramétricas e comparações, especificando para ele: propriedades do material, geometria, condições de contorno e carregamento atuante. A Figura 4 ilustra a geometria do referido painel de MLCC com dimensões em planta de 3.000 mm, espessura total de 100 mm e cinco camadas de lamelas, cada qual com espessura de 20 mm e largura de 200 mm. Ademais, este painel foi considerado como simplesmente apoiado ao longo dos seus quatro bordos e submetido a um carregamento transversal uniformemente distribuído q_0 . A Tabela 1, por sua vez, reúne as propriedades mecânicas que foram consideradas para o painel da Figura 4 e suas variações paramétricas. Essas propriedades foram extraídas de Albostami, Wu e Cunningham (2017), os quais tomaram por referência os valores da norma BS EN 338:2003 referentes a uma madeira *softwood* de classe C24 e massa específica aparente de 420 kg/m³;
- (b) definição do carregamento transversal uniformemente distribuído q_0 aplicado ao painel de MLCC proposto. Para o painel ilustrado na Figura 4, foi considerado, para o peso específico das lamelas de madeira, um valor de 4,20 kN/m³. Ademais, foram consideradas uma ação proveniente de um revestimento no valor 1,20 kN/m² e uma ação acidental devido ao uso da edificação de 3,00 kN/m², sendo este valor retirado da NBR 6120 (ABNT, 2019) e que corresponde a áreas de uso comum de edificações residenciais. Dessa forma, o carregamento transversal uniformemente distribuído q_0 , em valor característico, resultou em: $q_0 = (4,20 \text{ kN/m}^3) (0,10 \text{ m}) + 1,20 \text{ kN/m}^2 + 3,00 \text{ kN/m}^2 \approx 5,00 \text{ kN/m}^2$;
- (c) definição das teorias de placas que foram utilizadas para avaliar o comportamento estrutural dos painéis de MLCC. Para a avaliação dos deslocamentos verticais e das tensões, normais e de cisalhamento, foram utilizadas as seguintes teorias de placas: Teoria Clássica de Placas, Teoria de Deformação de Cisalhamento de Primeira Ordem e Teoria de Deformação de Cisalhamento de Terceira Ordem;
- (d) definição dos métodos analíticos unidimensionais que foram utilizados para realizar comparações com os resultados obtidos pelas teorias de placas. Para efetuar essas comparações, recorreu-se aos seguintes métodos: Método Gama, Método κ e Método de Analogia ao Cisalhamento;
- (e) análise do painel de MLCC de referência por meio das teorias de placas escolhidas. Com a definição das propriedades geométricas e mecânicas do painel de MLCC de referência, bem como das teorias de placas, procedeu-se com os cálculos, por meio de planilhas eletrônicas desenvolvidas no *software* Excel, dos deslocamentos verticais e das tensões, normais e de cisalhamento, no referido painel;
- (f) análise do painel de MLCC de referência por meio dos métodos analíticos unidimensionais. Nesta etapa, foram realizados os cálculos dos deslocamentos verticais e das tensões, normais e de cisalhamento, produzidos no painel, por meio dos métodos definidos no item d;
- (g) investigação da hipótese de adaptação da Teoria de Rankine-Grasshoff (ou Teoria de Grelhas) para análise estrutural de painéis de MLCC, incluindo o equacionamento, cálculo das tensões, normais e cisalhantes, e cálculo de flechas. Esta adaptação encontra-se descrita na subseção 3.1;
- (h) análise numérica do painel de MLCC de referência por meio do *software* de Elementos Finitos ADINA. As modelagens foram realizadas utilizando-se elementos finitos do tipo *shell* (casca) quadriláteros e de quatro nós, cada qual com cinco graus de liberdade, nomeadamente: três translações, nas direções x, y e z, e duas rotações, em torno dos eixos x e y. A escolha por esses elementos foi motivada pelo trabalho de Mendes, Benincá e Morsch (2017), o apresentou boa concordância com resultados experimentais; e
- (i) realização de estudos paramétricos para avaliar a sensibilidade do painel de MLCC de referência frente à variação da razão entre a maior dimensão em planta (b) e a menor dimensão em planta (a). Para a avaliação paramétrica da razão b/a, optou-se pela consideração de três valores distintos, sendo eles: b/a = 1,0, b/a = 1,5 e b/a = 2. Para as duas primeiras razões b/a, a malha de elementos escolhida foi de 22 elementos quadriláteros de 4 nós na direção x e 33 elementos quadriláteros de 4 nós na direção y. Já para a razão b/a = 2, a malha de elementos atribuída foi uma de 20 elementos quadriláteros de 4 nós na direção x e 40 elementos quadriláteros de 4 nós na direção y. Vale pontuar que, neste estudo, não foram realizados estudos adicionais de convergência de malha. Por fim, a Figura 5 traz um exemplo de malha de elementos finitos desenvolvida no *software* ADINA, sendo esta malha referente ao painel de MLCC com razão b/a = 1,0.

Figura 4 - Painel de MLCC objeto de estudo - perspectiva e seções transversais

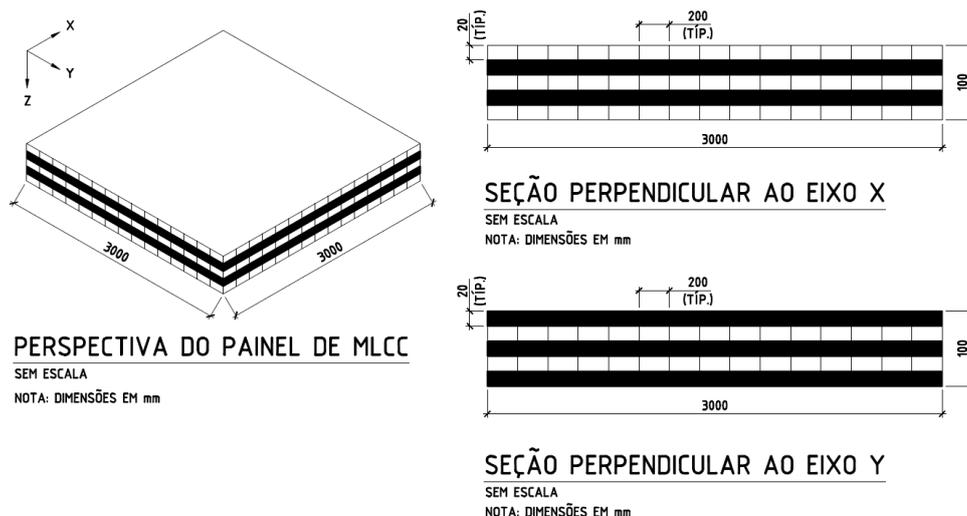
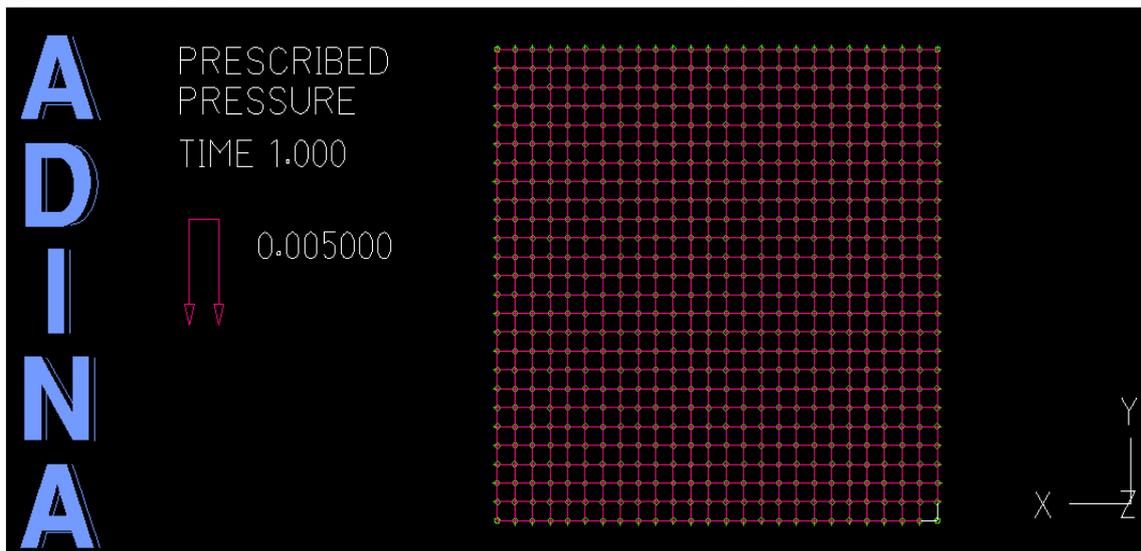


Tabela 1 - Propriedades mecânicas consideradas para as lamelas do painel de MLCC estudado

Propriedade mecânica	Magnitude
Módulo de elasticidade E_1	11.000 N/mm ²
Módulo de elasticidade E_2	370 N/mm ²
Módulo de elasticidade E_3	370 N/mm ²
Módulo de elasticidade transversal G_{12}	690 N/mm ²
Módulo de elasticidade transversal G_{13}	690 N/mm ²
Módulo de elasticidade transversal G_{23}	50 N/mm ²
Coefficiente de Poisson ν_{12}	0,44
Coefficiente de Poisson ν_{13}	0,44
Coefficiente de Poisson ν_{23}	0,64

Figura 5 - Exemplo de malha de elementos finitos elaborada no software ADINA



Proposta de um método analítico unidimensional para os painéis de MLCC em flexão simples

Antes da apresentação dos valores numéricos das tensões, normais e de cisalhamento, e dos deslocamentos verticais obtidos com a aplicação das teorias de placas, métodos analíticos simplificados e Método dos

Elementos Finito, será exposta, nesta subseção, uma proposta de outro método analítico unidimensional para avaliar as referidas tensões e deslocamentos nos painéis de MLCC.

O método aqui proposto consiste em uma adaptação da Teoria de Rankine-Grasshoff ou Teoria das Grelhas, a qual tem seu uso consagrado no cálculo de lajes em concreto armado. A forma original dessa teoria, aplicada às lajes de concreto armado, pode ser consultada em Rocha (1972) ou em Araújo (2014).

Hipóteses simplificadoras

Para que seja possível desenvolver expressões analíticas simplificadas para o cômputo das máximas tensões – normal e cisalhante – e do deslocamento vertical máximo, algumas hipóteses simplificadoras necessitam de ser assumidas, sendo elas:

(a) o carregamento transversal uniformemente distribuído por unidade de área (q_0) é dividido segundo as direções x e y , contidas no plano do painel de MLCC, por meio de faixas de largura unitária que passam pelo centro do painel (Figura 6);

(b) o carregamento transversal uniformemente distribuído por unidade de área (q_0) é dado pela soma dos quinhões de carregamento q_{0x} e q_{0y} , os quais ficam distribuídos ao longo das faixas de largura unitária segundo as direções x e y , respectivamente (Figura 6). Dessa forma, é possível escrever a Equação 19:

$$q_0 = q_{0x} + q_{0y} \quad \text{Eq. 19}$$

(c) a flecha no centro do painel de MLCC assume valor único quando calculada para ambas as faixas de larguras unitárias. Matematicamente, vem a Equação 20:

$$w_x = w_y \quad \text{Eq. 20}$$

(d) a dimensão em planta “b” do painel de MLCC, ilustrado na Figura 6, é maior ou igual à dimensão em planta “a”;

(e) para o cômputo das máximas tensões e do máximo deslocamento vertical, é empregado o quinhão de carregamento q_{0x} , o qual é definido pela faixa de largura unitária segundo a direção do menor vão, isto é, o vão segundo a direção x ;

(f) para o cálculo das máximas tensões e do máximo deslocamento vertical, são consideradas as rigidezes à flexão e ao cisalhamento da seção transversal definida pelo plano x - z (Figura 7); e

(g) a determinação dos máximos valores das tensões e da flecha é realizada considerando o material em regime elástico linear, ou seja, assume-se como válida a Lei de Hooke.

A Figura 8, por sua vez, ilustra a seção transversal definida pelo plano y - z , a qual foi reproduzida apenas para fins de ilustração do painel de MLCC.

Expressões para os quinhões de carregamento, rigidezes e tensões

A dedução de uma expressão analítica para o quinhão de carregamento q_{0x} é possível por meio da Equação 20, juntamente com as equações da Resistência dos Materiais de flechas de vigas submetidas a um carregamento transversal uniformemente distribuído por unidade de comprimento. As expressões para as flechas podem ser consultadas em Timoshenko e Gere (1994), sendo que esses autores fornecem expressões desprezando e considerando a influência do cisalhamento no cômputo das flechas.

Com a igualdade definida na Equação 20, substitui-se o quinhão de carregamento q_{0y} por $q_0 - q_{0x}$, conforme pode ser deduzido da Equação 19. Destarte, é possível encontrar duas expressões para o quinhão de carregamento q_{0x} , uma delas desprezando a influência das deformações de cisalhamento no cômputo das flechas (Equação 21) e a outra considerando-as (Equação 22).

$$q_{0x} = \left(\frac{b^4}{\frac{(EI)_y}{(EI)_x} a^4 + b^4} \right) q_0 \quad \text{Eq. 21}$$

$$q_{0x} = \left(\frac{\frac{5 b^4}{(EI)_y} + \frac{48 b^2 \kappa}{(GA)_{yz}}}{\frac{5 a^4}{(EI)_x} + \frac{5 b^4}{(EI)_y} + \frac{48 a^2 \kappa}{(GA)_{xz}} + \frac{48 b^2 \kappa}{(GA)_{yz}}} \right) q_0 \quad \text{Eq. 22}$$

Figura 6 - Painel de MLCC apoiado nos quatro bordos: faixas de largura unitária, quinhões de carregamento e flechas

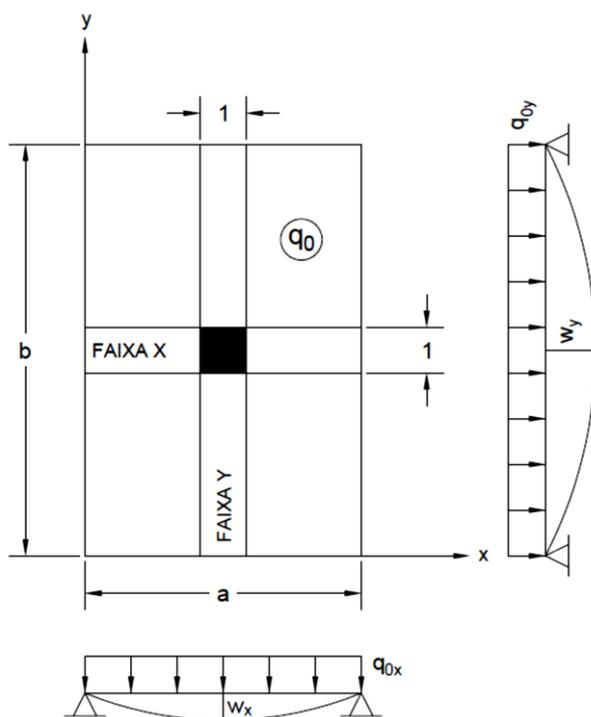


Figura 7 - Seção transversal do painel de MLCC contida no plano coordenado x-z

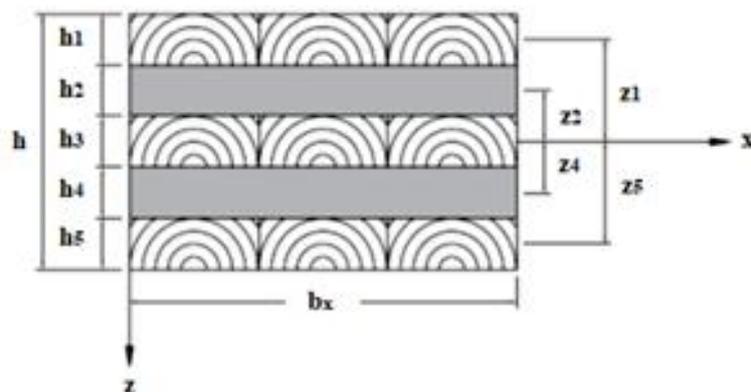
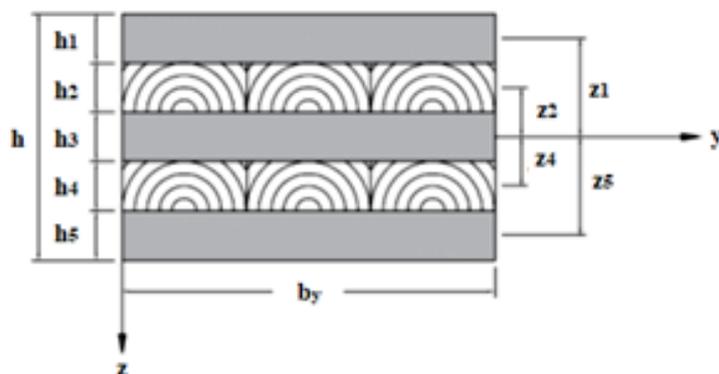


Figura 8 - Seção transversal do painel de MLCC contida no plano coordenado y-z



Nas equações anteriores, $(EI)_x$ e $(EI)_y$ são as rigidezes à flexão efetivas em torno dos eixos x e y , respectivamente, e que são calculadas por meio do Teorema de Steiner. Por meio desse teorema, dado em Timoshenko e Gere (1994), pode-se escrever as Equações 23 e 24:

$$(EI)_x = \sum_{i=1}^n E_i b_x \frac{h_i^3}{12} + \sum_{i=1}^n E_i b_x h_i z_i^2 \quad \text{Eq. 23}$$

$$(EI)_y = \sum_{i=1}^n E_i b_y \frac{h_i^3}{12} + \sum_{i=1}^n E_i b_y h_i z_i^2 \quad \text{Eq. 24}$$

Por sua vez, $(GA)_{xz}$ e $(GA)_{yz}$ são as rigidezes axiais efetivas para os planos x - z e y - z , respectivamente, e que podem ser determinadas pela mesma expressão do Método de Analogia ao Cisalhamento, ou seja, fazendo-se uso das Equações 25 e 26:

$$(GA)_{xz} = \frac{\left(h - \frac{h_1}{2} - \frac{h_n}{2}\right)^2}{\frac{h_1}{2 G_1 b_x} + \sum_{i=2}^n \frac{1}{2} \left(\frac{h_i}{G_i b_x}\right) + \frac{h_n}{2 G_n b_x}} \quad \text{Eq. 25}$$

$$(GA)_{yz} = \frac{\left(h - \frac{h_1}{2} - \frac{h_n}{2}\right)^2}{\frac{h_1}{2 G_1 b_y} + \sum_{i=2}^n \frac{1}{2} \left(\frac{h_i}{G_i b_y}\right) + \frac{h_n}{2 G_n b_y}} \quad \text{Eq. 26}$$

Após a determinação do quinhão de carregamento q_{0x} , pode-se então calcular o esforço cortante e o momento fletor pela teoria de vigas retas e, posteriormente, as tensões normais e de cisalhamento pelo consagrado método de homogeneização da seção transversal da Resistência dos Materiais. Por fim, o cálculo dos deslocamentos verticais é realizado também por meio das expressões de flechas oriundas da teoria de vigas retas.

Resultados e discussões

Resultados obtidos com a aplicação das teorias de placas

As figuras subsequentes trazem os resultados obtidos com a análise estrutural do painel de MLCC objeto de estudo, bem como de suas avaliações paramétricas b/a , por meio das três teorias de placas apresentadas.

Mais especificamente, as Figuras 9 a 11 reúnem as distribuições dos deslocamentos verticais ($w = w_0$), das tensões no plano do painel (σ_{xx} , σ_{yy} e τ_{xy}) e das tensões transversais de cisalhamento (τ_{xz} e τ_{yz}) considerando as avaliações paramétricas da razão b/a . Cada uma das grandezas referidas foram determinadas para os seus pontos mais críticos no painel. Dessa forma, os deslocamentos verticais ($w = w_0$) e as tensões normais no plano (σ_{xx} e σ_{yy}) foram calculados no centro do painel ($x = a/2$ e $y = b/2$) e ao longo de sua altura z do painel, sendo as cotas z positivas aquelas referentes às fibras localizadas abaixo do eixo neutro. Já em relação às tensões de cisalhamento, tem-se que, para a tensão de cisalhamento no plano do painel (τ_{xy}), os cálculos foram efetuados para o canto da placa $x = a$ e $y = b$, enquanto que, para as tensões transversais τ_{xz} e τ_{yz} , seus cálculos foram desenvolvidos para os pontos $x = 0$ e $y = b/2$ e $x = a/2$ e $y = 0$, respectivamente.

A partir da aplicação das teorias de placas CPT, FSDT e TSDT ao painel em estudo, bem como as suas variações paramétricas, foi possível constatar as suas respectivas vantagens e dificuldades e também como o campo de deslocamentos assumido influi na distribuição das tensões e nos deslocamentos verticais.

Para a teoria de placas CPT, tem-se o campo de deslocamentos mais simples, o qual desconsidera as deformações transversais de cisalhamento. Como consequência, formulações mais simples foram obtidas para o cálculo das tensões no plano da placa, porém esse campo de deslocamentos acabou por impedir a determinação das tensões de cisalhamento transversais por meio das relações constitutivas. Com isso, além de uma inconsistência teórica, verificou-se a necessidade de um processo mais trabalhoso para se obter as referidas tensões, recorrendo-se ao uso das equações diferenciais de equilíbrio.

A teoria de placas FSDT, por sua vez, assume um campo de deslocamentos a partir do qual obteve-se deformações e tensões de cisalhamento constantes ao longo das espessuras das lamelas dos painéis de MLCC. Diferentemente da teoria de placas CPT, foi possível fazer o cálculo das tensões de cisalhamento transversais por meio das relações constitutivas, apresentando como inconvenientes, segundo Reddy (2007) e Stürzenbecher, Hoffstetter e Eberhardsteiner (2010), uma distribuição irrealista ao longo da altura dos painéis e a necessidade de definição de um fator de correção no cisalhamento. No presente estudo, foi assumido, para o fator de correção no cisalhamento, o valor de 1,0, por ser esta uma recomendação feita por Stürzenbecher, Hoffstetter e Eberhardsteiner (2010) e Karacabeyli e Gagnon (2019), simultaneamente.

Figura 9 - Avaliação paramétrica da razão b/a para o painel de MLCC via CPT

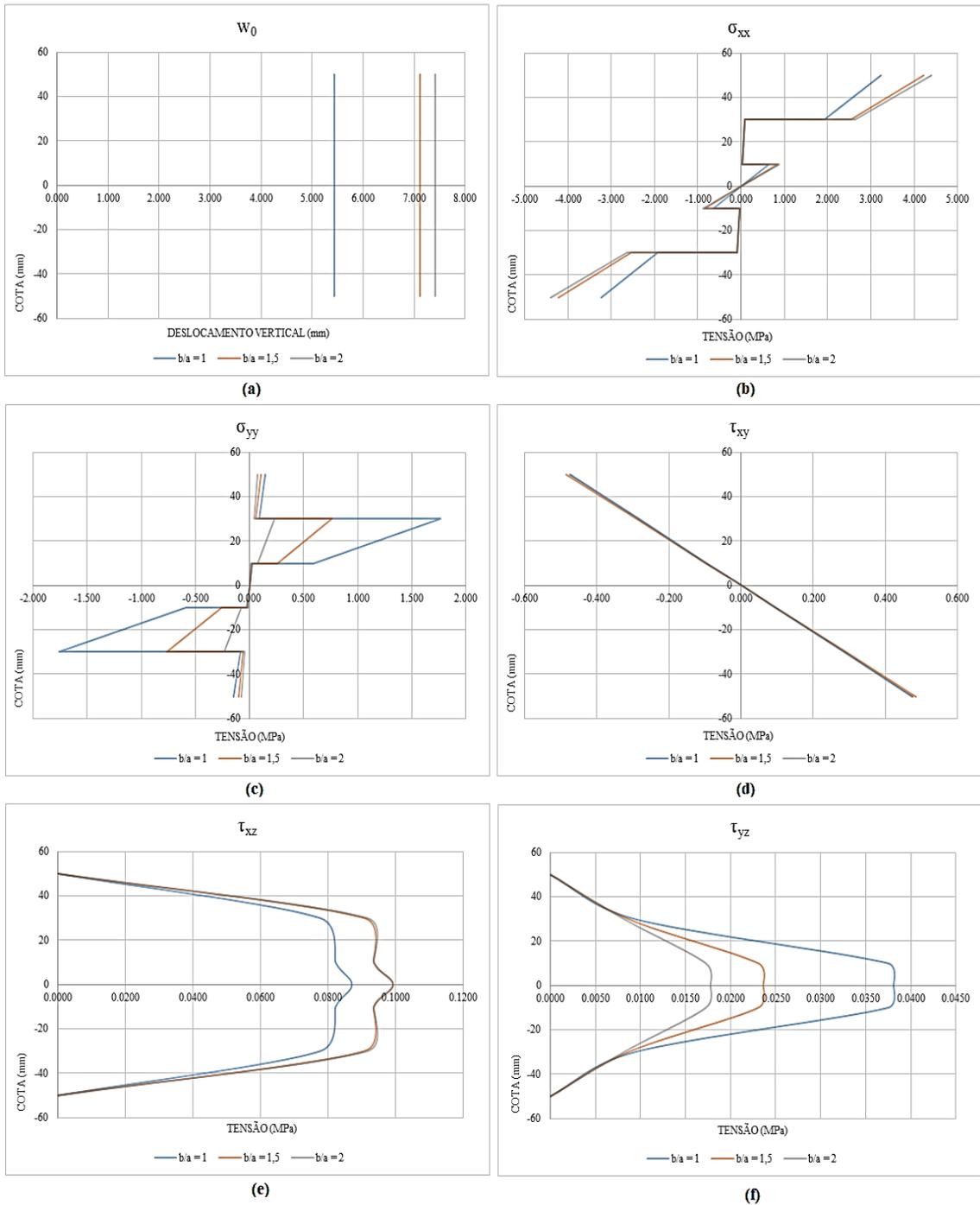


Figura 10 - Avaliação paramétrica da razão b/a para o painel de MLCC via FSDT

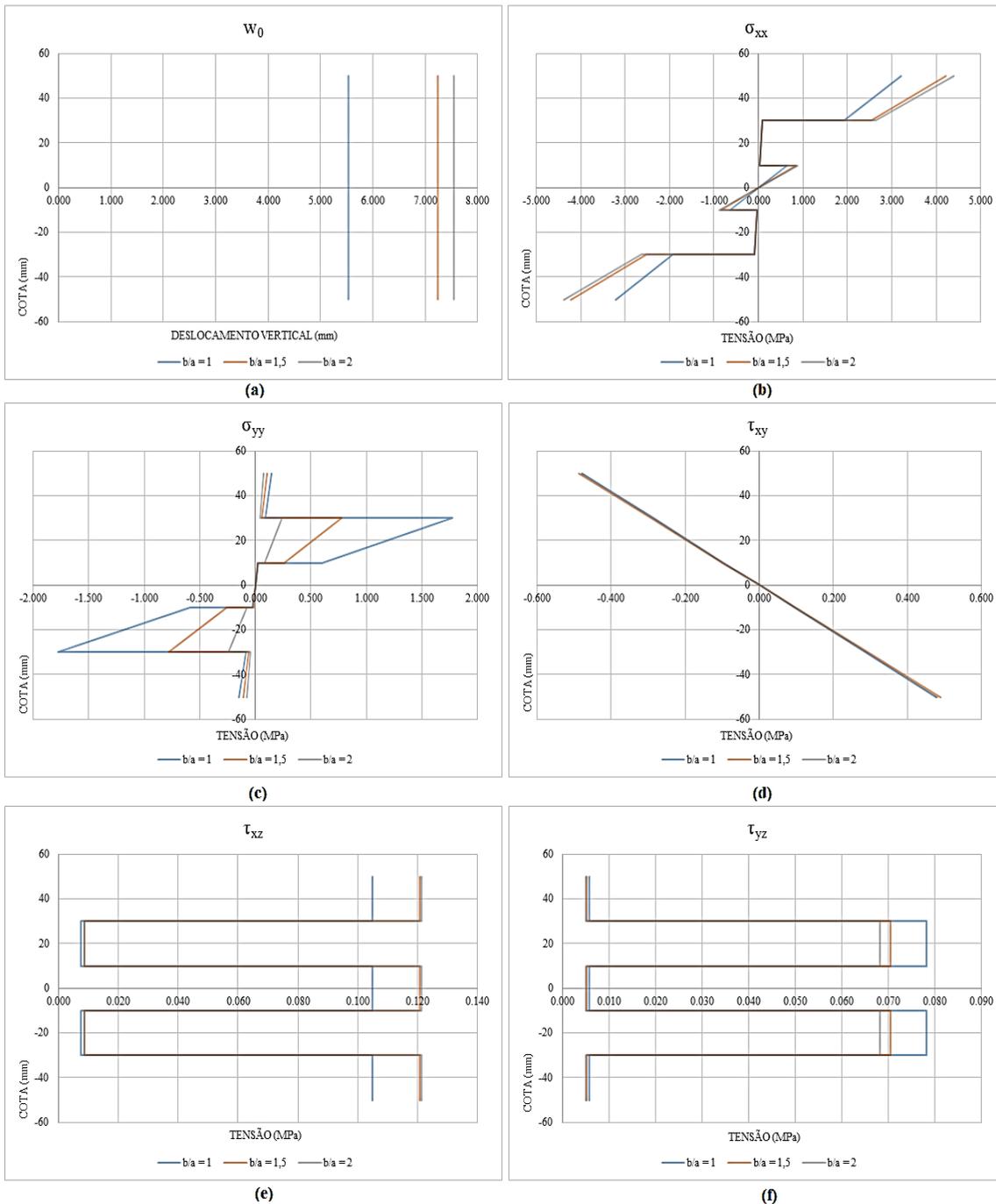
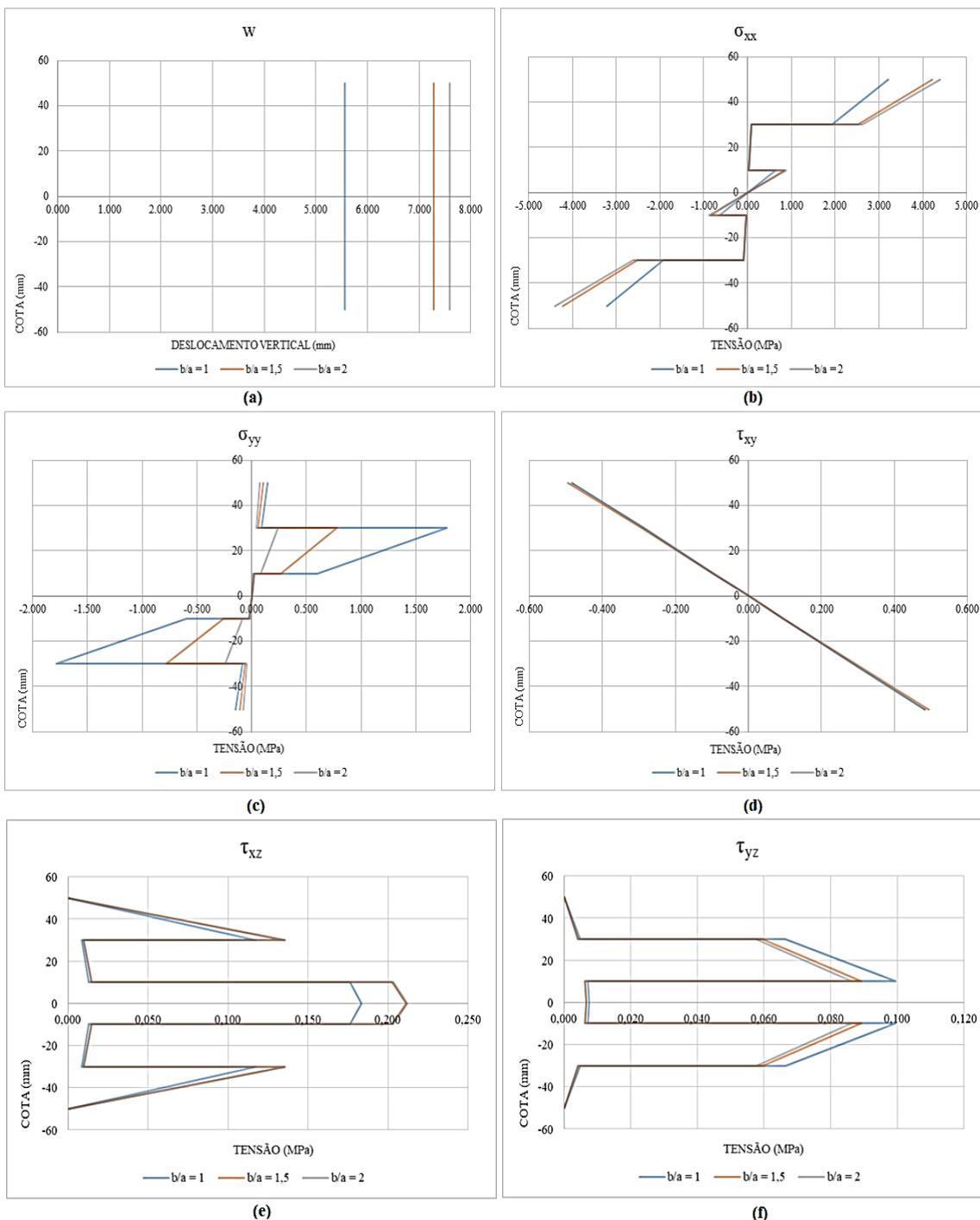


Figura 11 - Avaliação paramétrica da razão b/a para o painel de MLCC via TSDT



Já a teoria de placas TSDT possui as formulações com aplicações mais trabalhosas, envolvendo a determinação de uma série de parâmetros de rigidez antes do cálculo das tensões normais e de cisalhamento. Em contrapartida à essa dificuldade, foi possível notar que a teoria de placas TSDT é também aquela que possibilitou determinar as tensões de cisalhamento transversais por meio das relações constitutivas e obter para elas distribuições com variações quadráticas, sendo estas mais condizentes com a realidade. Sabe-se, a partir da Resistência dos Materiais, que as tensões de cisalhamento transversais se manifestam com variações quadráticas ao longo da altura de um elemento fletido com carregamento transversal.

Por fim, faz-se importante pontuar que tanto as magnitudes quanto as distribuições das tensões no plano dos painéis resultaram bastante semelhantes entre si quando da aplicação das distintas teorias de placas. Conclusão

análoga pode ser estendida aos deslocamentos verticais. A grande disparidade entre as distintas teorias de placas empregadas encontram-se então na distribuição e na magnitude das tensões de cisalhamento transversais, sendo as mais elevadas encontradas por meio da teoria de deformação de cisalhamento de terceira ordem. Contudo, é importante pontuar que os valores modulares máximos encontrados para as tensões transversais de cisalhamento não constituem, em geral, um fator crítico no dimensionamento dos painéis de MLCC. Na subseção 4.4, encontra-se uma comparação estatística dos valores críticos encontrados para as tensões e para os deslocamentos verticais, obtidos com o emprego de todos os métodos abordados no presente estudo.

Resultados obtidos com a aplicação do Método dos Elementos Finitos via software ADINA

Nesta subseção, serão apresentados alguns diagramas de cores contendo os resultados obtidos com o *software* ADINA para os deslocamentos verticais e tensões – normais e de cisalhamento – decorrentes no painel de MLCC estudado. Antes da apresentação dos referidos diagramas, pôs-se, na Tabela 2, todos os resultados críticos alcançados para as variáveis de interesse à análise estrutural, considerando todas as variações paramétricas b/a do painel de MLCC proposto.

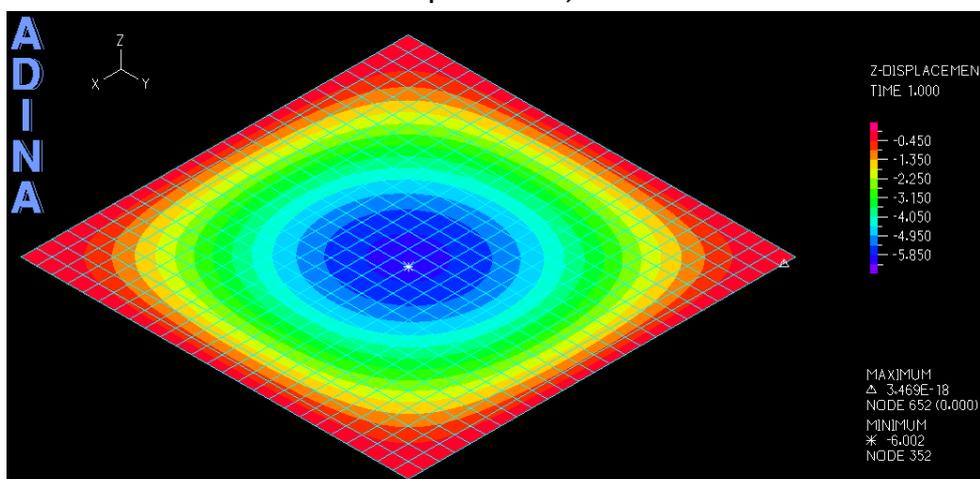
Para melhor compreensão dos resultados apresentados, tem-se, nas Figuras 12 a 15, a reprodução dos diagramas de cores fornecidos pelo *software* ADINA para os deslocamentos verticais w , tensões normais σ_{xx} , tensões de cisalhamento transversais τ_{xz} e tensões de cisalhamento no plano dos painéis τ_{xy} . Esses diagramas são referentes ao painel de MLCC com razão b/a igual a 1,0, sendo que, para as demais variações paramétricas, os seus respectivos diagramas são similares.

A aplicação do Método dos Elementos Finitos, via *software* ADINA, permitiu obter, além dos valores críticos dos deslocamentos verticais e das tensões normais e de cisalhamento, a forma como essas grandezas se distribuem nos painéis de MLCC. De forma geral, pode-se observar que os valores críticos das grandezas analisadas apresentam boa concordância com aqueles alcançados por meio da aplicação das teorias de placas, com exceção das tensões de cisalhamento transversais τ_{xz} . A subseção adiante procura melhor explorar, graficamente e de forma comparativa e estatística, os resultados alcançados pelas teorias de placas, Método dos Elementos Finitos e métodos analíticos simplificados.

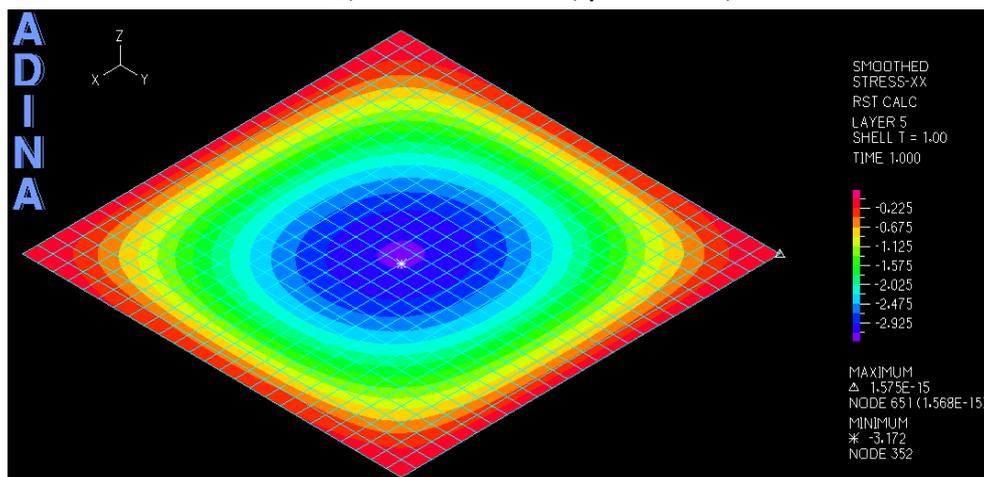
Tabela 2 - Valores críticos dos deslocamentos verticais e das tensões obtidos com o Método dos Elementos Finitos

Razão b/a	$W_{\text{máx}}$ (mm)	$(\sigma_{xx})_{\text{máx}}$ (MPa)	$(\sigma_{yy})_{\text{máx}}$ (MPa)	$(\tau_{xy})_{\text{máx}}$ (MPa)	$(\tau_{xz})_{\text{máx}}$ (MPa)	$(\tau_{yz})_{\text{máx}}$ (MPa)	$(\sigma_{zz})_{\text{máx}}$ (MPa)
1,0	6,002	3,172	1,823	0,487	0,0832	0,0732	0,000
1,5	7,831	4,183	1,283	0,500	0,0960	0,0664	0,000
2,0	8,153	4,364	1,243	0,491	0,0963	0,0650	0,000

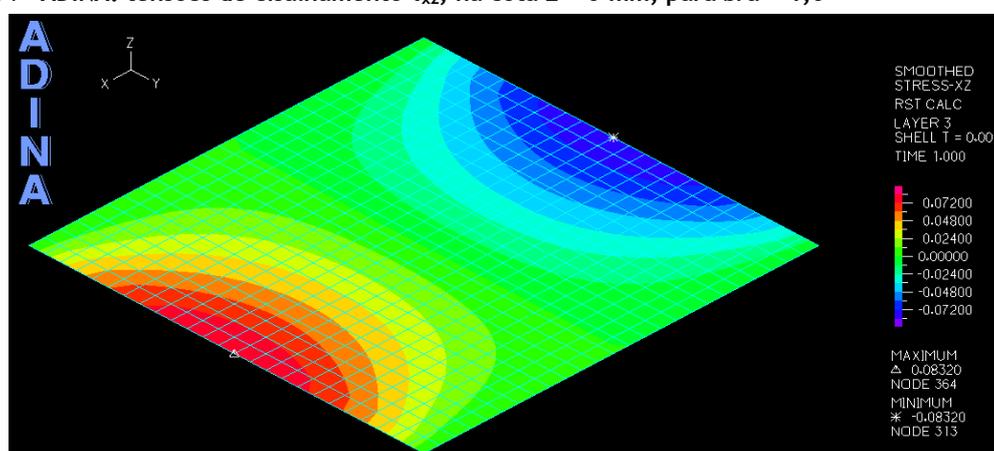
Figura 12 - ADINA: deslocamentos verticais w para $b/a = 1,0$



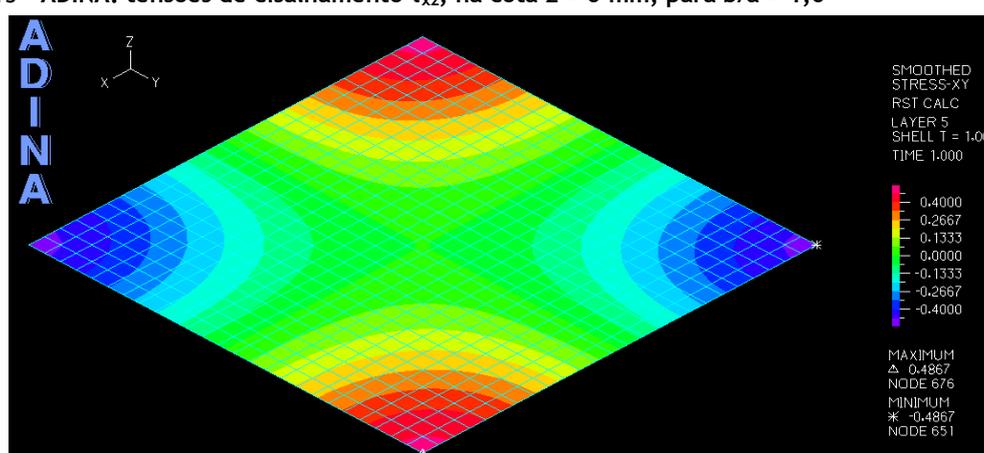
Fonte: captura de tela do programa ADINA.

Figura 13 - ADINA: tensões normais σ_{xx} , na cota $z = 50$ mm, para $b/a = 1,0$ 

Fonte: captura de tela do programa ADINA.

Figura 14 - ADINA: tensões de cisalhamento τ_{xz} , na cota $z = 0$ mm, para $b/a = 1,0$ 

Fonte: captura de tela do programa ADINA.

Figura 15 - ADINA: tensões de cisalhamento τ_{xz} , na cota $z = 0$ mm, para $b/a = 1,0$ 

Fonte: captura de tela do programa ADINA.

Valores críticos das grandezas de interesse à análise estrutural

Os gráficos reunidos nas Figuras 16 a 18 trazem os resultados alcançados para os valores críticos das seguintes grandezas de interesse à análise estrutural dos painéis de MLCC: máximo deslocamento vertical, máxima tensão normal, máxima tensão de cisalhamento transversal e máxima tensão de cisalhamento no plano x-y do painel de MLCC. Já a Figura 19 sintetiza as máximas tensões de cisalhamento no plano do painel de MLCC de referência e de suas variações paramétricas, considerando apenas os métodos mais apurados, nomeadamente o Método dos Elementos Finitos e as teorias de placas. Os resultados dos métodos analíticos unidimensionais, para as tensões cisalhantes no plano do painel, não foram apresentados, pois, segundo esses métodos, tais tensões possuem a mesma magnitude das tensões transversais de cisalhamento, as quais diferem muito daquelas fornecidas pelos métodos mais robustos.

Figura 16 - Máximo deslocamento vertical $w_{m\acute{a}x}$ para as razões b/a do painel

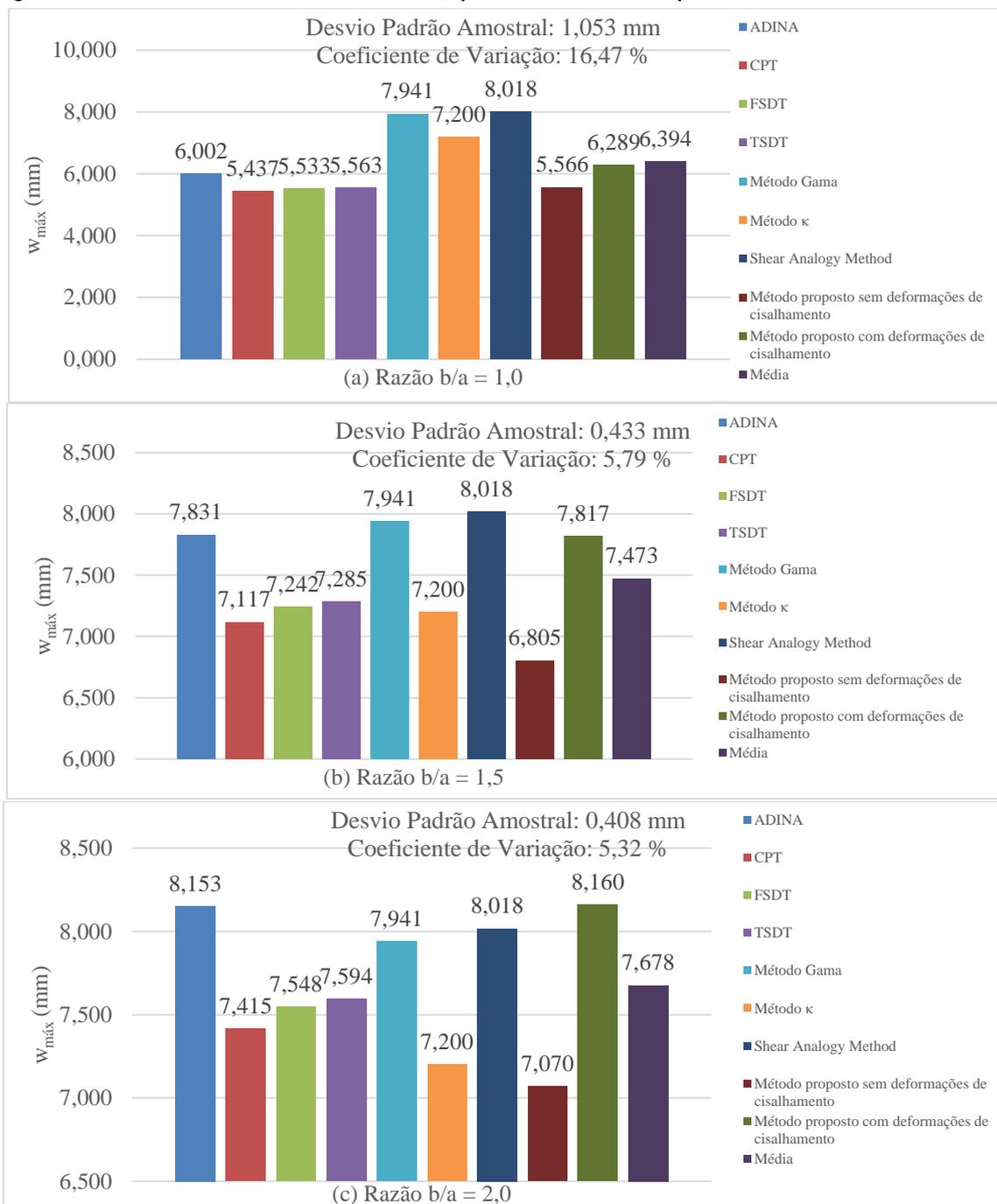


Figura 17 - Máxima tensão normal σ_{xx} para as razões b/a do painel

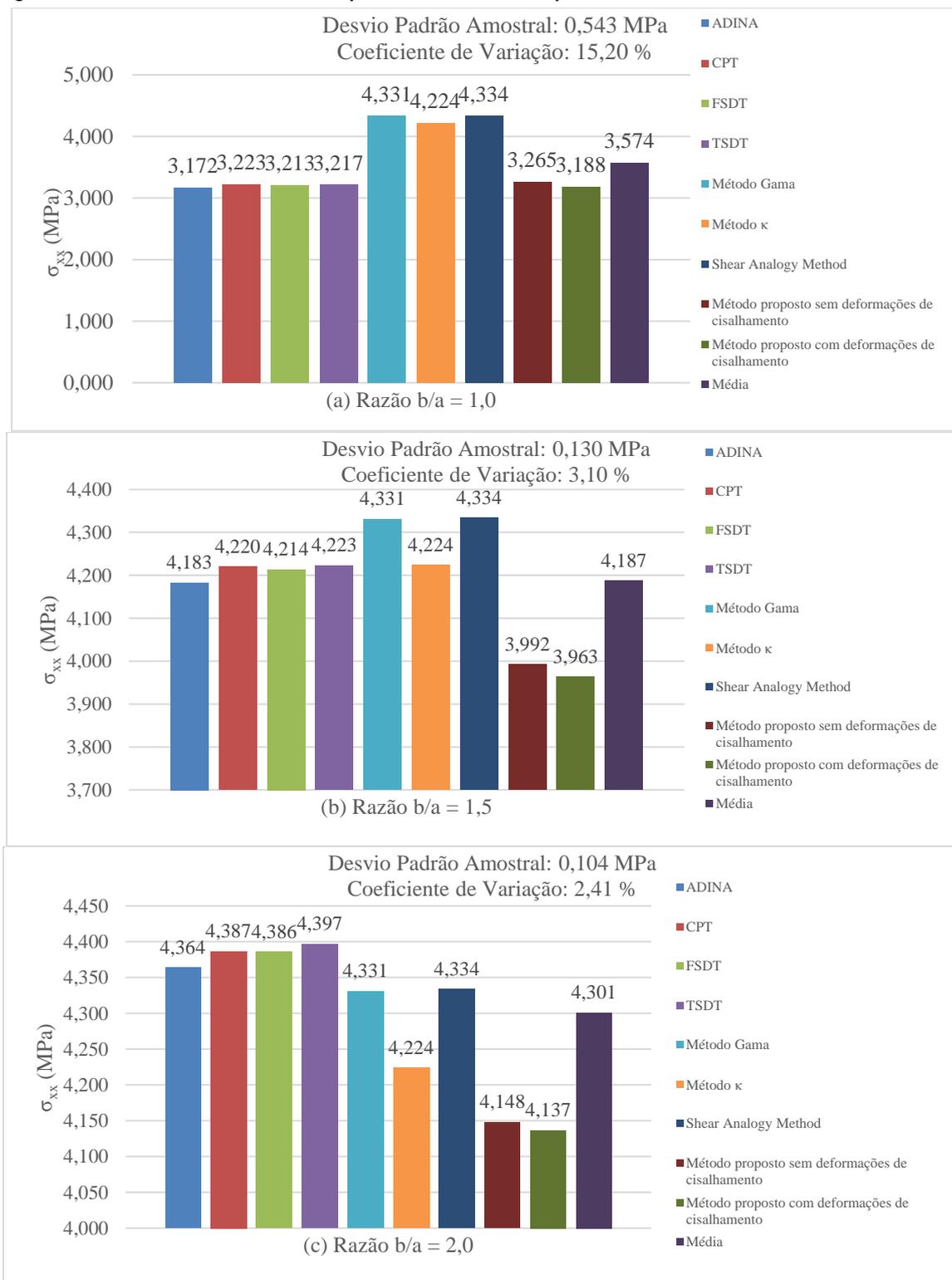


Figura 18 - Máxima tensão de cisalhamento τ_{xz} para as razões b/a do painel

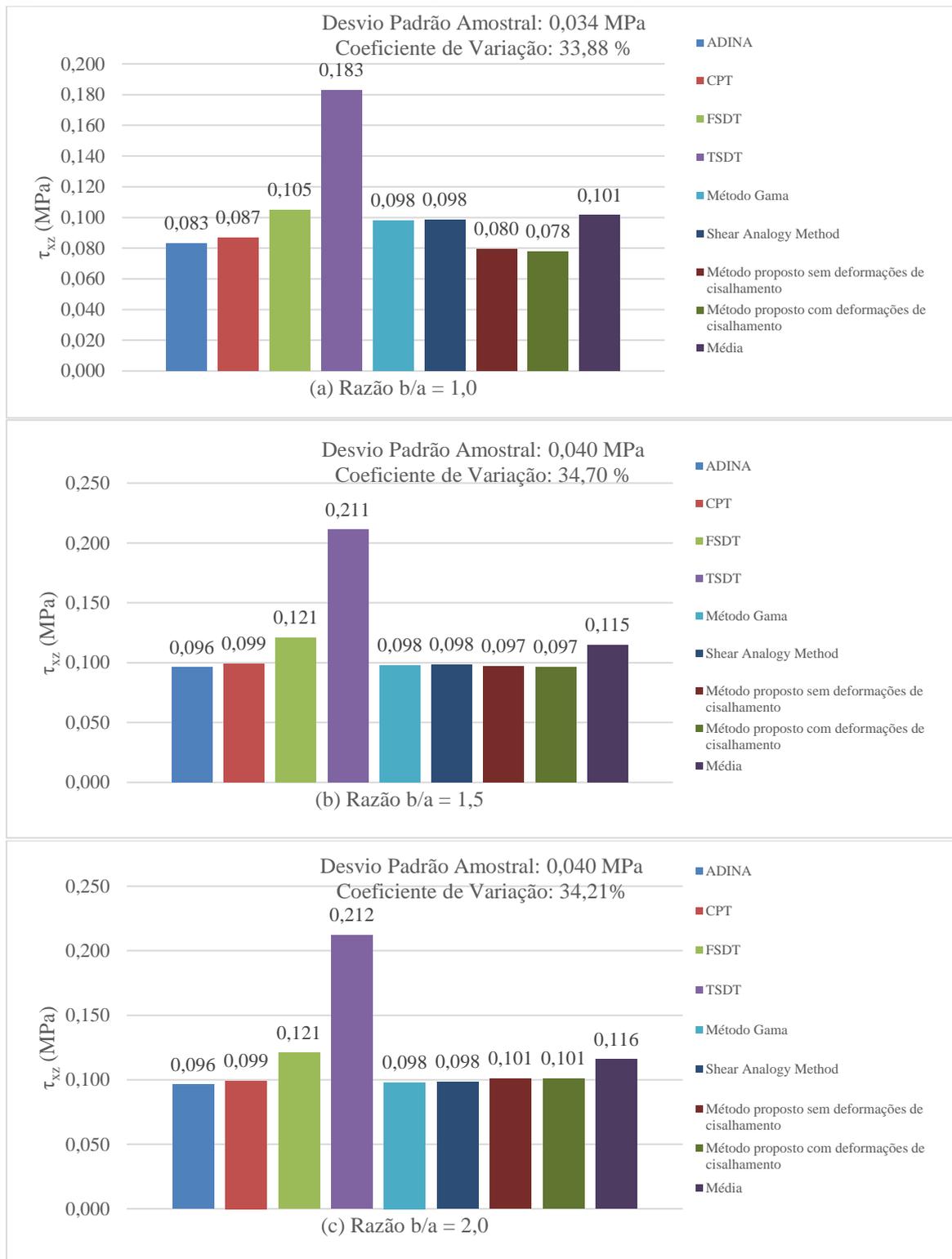


Figura 19 - Comparações da máxima tensão de cisalhamento τ_{xy} para as razões b/a do painel

Quando da aplicação dos diferentes métodos de análise estrutural ao painel de MLCC de referência, bem como as suas variações, pôde-se observar, em termos gerais, que os métodos tendem a fornecer valores críticos de deslocamentos verticais e tensões normais com considerável proximidade entre si. Em termos estatísticos, observou-se coeficientes de variação máximos de 16,47% e 15,20% para os deslocamentos verticais e tensões normais, respectivamente, sendo ambos relativos aos painéis de MLCC com razão b/a = 1,0. Para os painéis com b/a = 2 foram observados, para as referidas grandezas, os menores coeficientes de variação, sendo eles 5,32% e 2,41%, respectivamente. Esses percentuais, juntamente com as Figuras 16 e 17, demonstram que os

resultados dos métodos unidimensionais simplificados se aproximam dos resultados dos métodos mais robustos (teorias de placas e Método dos Elementos Finitos) para os painéis com a razão $b/a > 1,5$.

No tocante às máximas tensões de cisalhamento transversais, há uma concordância razoável entre os valores fornecidos pelos diferentes métodos, excetuando-se os valores fornecidos pela Teoria de Deformação de Cisalhamento de Terceira Ordem. Nota-se, pela Figura 18, que os coeficientes de variação, para as três razões b/a avaliadas, são da ordem de 34%, sendo este valor elevado uma consequência do valor alcançado com a Teoria de Deformação de Cisalhamento de Terceira Ordem. Provavelmente, esta teoria fornece valores mais discrepantes, pois, na formulação do seu campo de deslocamentos, são introduzidos termos sem significado físico, mas que forçam uma distribuição quadrática para as tensões de cisalhamento transversais.

Por fim, para as tensões de cisalhamento no plano do painel de MLCC, as quais só foram calculadas com as teorias de placas e o Método dos Elementos Finitos, foram obtidos os menores coeficientes de variação, sendo eles: 1,22%, 1,40% e 1,34% para as razões $b/a = 1,0$, $b/a = 1,5$ e $b/a = 2,0$, respectivamente.

Conclusões

No presente trabalho, mostrou-se ser possível realizar a aplicação de diferentes métodos de cálculo – dotados de diferentes simplificações – para a análise estrutural de painéis de madeira lamelada colada cruzada em termos de deslocamentos verticais, tensões normais e tensões de cisalhamento, porém os métodos analíticos unidimensionais forneceram valores muito conservadores para os deslocamentos verticais e para as tensões normais nos painéis de MLCC com razão entre lados igual a 1,0. Em complemento ao que foi mencionado, foi possível então notar a influência que a razão entre lados b/a exerce sobre as grandezas referidas. A princípio, tem-se como conclusão geral que, quanto maior o valor da razão b/a , maiores tendem a ser as magnitudes dos deslocamentos verticais e das tensões, excetuando-se as tensões de cisalhamento τ_{xy} , as quais são praticamente invariantes com a razão entre lados e que só puderam ser bem aferidas por intermédio das teorias de placas e do Método dos Elementos Finitos.

Mais precisamente, em termos estatísticos, foram encontrados, para o painel de MLCC de lados iguais, coeficientes de variação iguais a 16,47%, 15,20% e 33,80% para as grandezas w , σ_{xx} e τ_{xz} , respectivamente. Para o painel com razão $b/a = 1,5$, os coeficientes de variação foram de 5,79%, 3,10% e 34,70% para w , σ_{xx} e τ_{xz} , respectivamente. Já para o painel com razão $b/a = 2,0$, os coeficientes de variação foram de 5,32%, 2,41% e 34,21% para w , σ_{xx} e τ_{xz} , respectivamente. Os coeficientes de variação para a tensão de cisalhamento transversal τ_{xz} são todos da ordem de 34%, sendo este valor fortemente afetado pelo resultado da Teoria de Deformação de Cisalhamento de Terceira Ordem, a qual assume distribuições quadráticas para essas tensões e, portanto, mais condizentes com o prescrito pela Resistência dos Materiais, mas que introduzem, no campo de deslocamentos, termos sem significado físico e que podem justificar tal disparidade.

Como última conclusão, tem-se, para as tensões de cisalhamento no plano do painel de MLCC, os menores coeficientes de variação: 1,22%, 1,40% e 1,34% para as razões $b/a = 1,0$, $b/a = 1,5$ e $b/a = 2,0$, respectivamente.

Referências

- ALBOSTAMI, A. S.; WU, Z.; CUNNINGHAM, L. S. Structural behaviour of cross-laminated timber panels by the state space approach. **International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements**, v. 5, n. 6, p. 834 - 846, 2017.
- AMORIM, S. T. A.; MANTILLA, J. N. R.; CARRASCO, E. V. M. Análise dos métodos analíticos de dimensionamento de lajes de madeira laminada cruzada. In: CONGRESSO LATINOAMERICANO DE ESTRUTURAS DE MADERA; CONGRESSO IBERO-LATINOAMERICANO DE LA MADERA EN LA CONSTRUCCIÓN, 2., Buenos Aires, 2017. **Anais [...]** Buenos Aires: UNNOBA, 2017.
- ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. Rio de Janeiro: Editora Dunas, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 2019.
- BLASS, H. K.; FELLMOSE, P. Design of solid wood panels with cross layers. In: WORLD CONFERENCE ON TIMBER ENGINEERING, 8., Lahti, 2004. **Proceedings [...]** Lahti: Finnish Association of Civil Engineers RIL, 2004.
- CHRISTOVASILIS, I. P. *et al.* Evaluation of the mechanical properties of cross-laminated timber with elementary beam theories. **Construction and Building Materials**, v. 122, p. 202–213, jun. 2016.

- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1995-1-1 EUROCODE 5: design of timber structures: parte 1 – 1: general: common rules and rules for buildings.** Bruxelas, 2004.
- KARACABEYLI, E.; DOUGLAS, B. (ed.). **CLT handbook.** Pointe-Claire: FPInnovations, 2013.
- KARACABEYLI, E.; GAGNON, S. (ed.). **Canadian CLT handbook.** Pointe-Claire: FPInnovations, 2019.
- MENDES, R. A. B.; BENINCÁ, M. E.; MORSCH, I. B. Simulação numérica de placas cross-laminated timber (CLT): comparação de elementos finitos versus teorias de placas. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 17., Florianópolis, 2021. **Anais [...]** Florianópolis, 2017.
- REDDY, J. N. **Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis.** 2nd. ed. Boca Raton: CRC Press, 2004.
- REDDY, J. N. **Theory and analysis of elastic plates and shells.** 2nd. ed. Boca Raton: CRC Press, 2007.
- ROCHA, A. M. da. **Novo curso prático de concreto armado.** 14. ed. Rio de Janeiro: Editora Científica, 1972.
- STÜRZENBECHER, R.; HOFSTETTER, K.; EBERHARDSTEINER, J. Structural design of Cross Laminated Timber (CLT) by advanced plate theories. **Composites Science and Technology**, v. 70, p. 1368–1379, abr. 2010.
- TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. **Mecânica dos sólidos.** Rio de Janeiro: LTC, 1994.
- TIMOSHENKO, S.; GOODIER, J. N. **Theory of elasticity.** 2nd. ed. New York: McGraw-Hill, 1951.
- TIMOSHENKO, S.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. **Theory of plates and shells.** 2nd. ed. New York: McGraw-Hill, 1959.
- VILLAÇA, S. F.; GARCIA, L. F. T. **Introdução à teoria da elasticidade.** 3. ed. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 1998.

Agradecimentos

O segundo coautor, tutor do Programa de Educação Tutorial (PET) do curso de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá (UEM), agradece ao Ministério da Educação pela concessão de bolsa de estudos no período de finalização do presente trabalho.

Cauê Izelli dos Santos

Conceptualization, Data curation, Formal analysis, Investigation, Methodology, Project administration, Software, Validation, Visualization, Writing - original draft, Writing - review & editing.

Departamento de Engenharia Civil | Universidade Estadual de Maringá | Av. Colombo, 5790, Zona 7 | Maringá - PR - Brasil | CEP 87020-900 | Tel.: (44) 99867-3494 | E-mail: caueizelli@hotmail.com

José Luiz Miotto

Conceptualization, Formal analysis, Methodology, Supervision, Writing - review & editing.

Departamento de Engenharia Civil | Universidade Estadual de Maringá | Tel.: (44) 99145-7018 | E-mail: jlmiotto@uem.br

Editores: **Marcelo Henrique Farias de Medeiros e Júlio Cesar Molina**

Editoras de seção: **Ercília Hitomi Hirota e Juliana Parise Baldauf**

Ambiente Construído

Revista da Associação Nacional de Tecnologia do Ambiente Construído

Av. Osvaldo Aranha, 99 - 3º andar, Centro

Porto Alegre - RS - Brasil

CEP 90035-190

Telefone: +55 (51) 3308-4084

www.seer.ufrgs.br/ambienteconstruido

www.scielo.br/ac

E-mail: ambienteconstruido@ufrgs.br



This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License.